

 例 4

若函數 $f(x) = x^2 - 3x + 1$ ，求

(1) $f(4) - f(3) = ?$ (2) $f(x + \Delta x) - f(x) = ?$ (3) $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = ?$



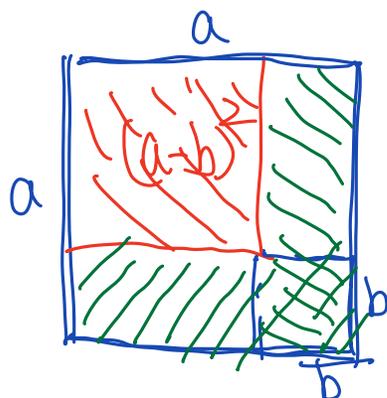
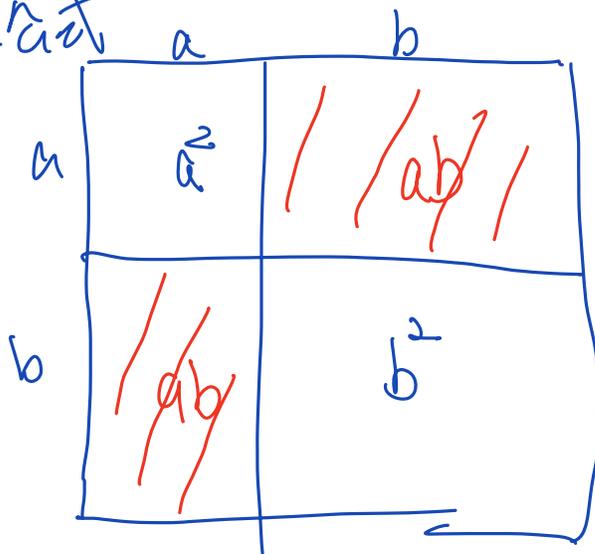
(1) $f(4) - f(3) = (4^2 - 3 \times 4 + 1) - (3^2 - 3 \times 3 + 1) = 5 - 1 = 4$

(2) $f(x + \Delta x) - f(x) = [(x + \Delta x)^2 - 3(x + \Delta x) + 1] - (x^2 - 3x + 1)$
 $= x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - 3x - 3\Delta x + 1 - x^2 + 3x - 1$
 $= 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - 3\Delta x$ *合併同類項*
 $= (2x - 3)\Delta x + (\Delta x)^2$

(3) $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{(2x - 3)\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = (2x - 3) + \Delta x$



乘法公式



① 完全平方

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$70^2 = 41^2 + 29^2 + 2 \times 41 \times 29$$

$$= 4900$$

② 完全平方

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

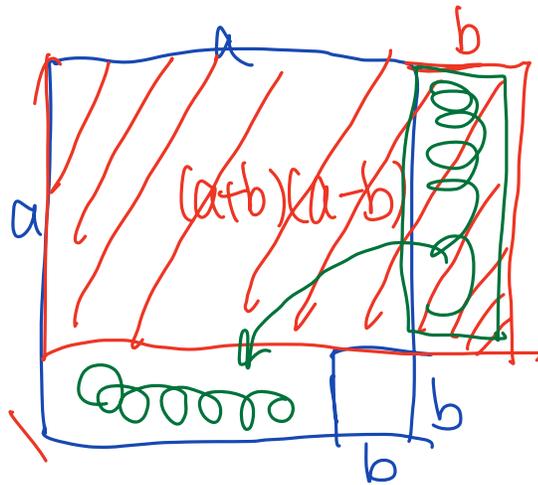
$$2500 = 79^2 + 29^2 - 2 \times 79 \times 29$$

$$= 50^2$$

平方差

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

例: $79^2 - 21^2 = 5800$



||
 $(79+21)(79-21)$
 ||
 100×58

代公式: 一個一個代, 一個不行就換下個

練: ① $99^2 - 1^2 = (99+1)(99-1) = 9800$

② $23^2 + 77^2 + 2 \times 23 \times 77 \stackrel{4+}{=} (23+77)^2 = 100^2 = 10000$

③ $100^2 + 50^2 - 2 \times 100 \times 50 \stackrel{4-}{=} (100-50)^2 = 50^2 = 2500$

④ $x^2 - y^2 \stackrel{2}{=} (x+y)(x-y)$ (因式分解: 寫成 () · ())

⑤ $x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2 \stackrel{2}{=} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$
 $= (x+y)(x-y)(x^2 + y^2)$

⑥ $x^8 - y^8 = (x^4)^2 - (y^4)^2 \stackrel{2}{=} (x^4 - y^4)(x^4 + y^4)$
 $\stackrel{2}{=} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$

⑦ $(\square + \triangle)^2 \stackrel{3+}{=} \square^2 + \triangle^2 + 2\square\triangle$ (展開)

1. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 2. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
 3+3- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
 4+4- $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

⑧ $(x^2 + x^3)^2 = (x^2)^2 + (x^3)^2 + 2(x^2)(x^3)$ (展開)
 $= x^{2 \cdot 2} + x^{3 \cdot 2} + 2x^{2+3} = x^4 + x^6 + 2x^5$

$a \pm b$
 一次只做一件事

$2 \times 3 = 6 \Rightarrow 2$ 是 6 的因數
 $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 \Rightarrow (x+y)$ 是 $x^2 - y^2$ 的因式

$ab = a \times b = a \cdot b$
 $= (a)(b) = a \cdot b$

合併同類項

Step 1. 判斷是哪一類 (同類才能合併, 不同類不能)

2 + 3 = 5 可

x + 2 不行

x + 3x = 4x 可

x² + 2x 不行

1·x + ax = (1+a)x 可

x + yx 不行

ax² + bx + c

a: 常數 (只是不知道) · 又有 x 這個未知數
 b: 係數 · 有 x, y 這 2 個未知數
 y: 係數 · 只有一個未知數 x

情況 1

類別: 1, x, x², x³, x⁴, ..., xⁿ, ... ⇒ x 的 多項式
 數 項 項 項 項 項

Step 2: 把同類項寫在一起, 合併

~> () + ()x + ()x² + ()x⁴ + ... - ()x³

Step: 降冪排列 (大到小)

()xⁿ + ()x⁴ + ... - ()x³ + ()

$$\text{例1: } (\underline{x^2+2x}) + (\underline{x^2+2x+1}) + (\underline{x^2+4x+4}) + (\underline{x^2+6x+9})$$

$$= 4x^2 + (2+2+4+6)x + (1+4+9)$$

$$= 4x^2 + 14x + 14$$

$$\text{例2: } (x+1)^2 + (x-1)^2$$

$$= (\underline{x^2+1+2x}) + (\underline{x^2+1-2x})$$

$$= \underline{2}x^2 + \underline{0}x + \underline{2} = 2x^2 + 2$$

情况2: 2个未知数 x, y

<u>1</u>	<u>x</u>	<u>x²</u>	<u>x³</u>	<u>x⁴</u>	...
y	xy	yx ²	yx ³	yx ⁴	...
y ²	xy ²	x ² y ²	y ² x ³	y ² x ⁴	...
y ³	xy ³	y ³ x ²			
y ⁴	y ⁴ x				

$$\text{例3: } (x+y)^2 + (x+1)^2 + (y+1)^2 = ?$$