

基礎數學 – 期末考總複習

日期：2026-01-08 考試日期：2026-01-15 (四) 19:30-21:00 考試範圍：Ch2 函數 + Ch3 極限與連續 (到連續性為止) 考試形式：閉卷考試 (Closed Book)，不可攜帶任何參考資料

第一部分：Ch2 函數

1. 函數的定義與代入

函數的表示： $f(x) = y$

- f 是函數的名字
- x 是輸入 (自變數)
- y 是輸出 (因變數)

框框法：代入時把 x 想成框框

$$f(\square) = (\square)^2$$

例題：若 $f(x) = x^2$ ，求 $f(3)$ 、 $f(a+1)$

- $f(3) = (3)^2 = 9$
 - $f(a+1) = (a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$
-

2. 指數律

規則	公式	例子
同底數相乘	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$x^2 \cdot x^3 = x^5$
指數的指數	$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$	$(x^2)^3 = x^6$
同底數相除	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	$\frac{x^5}{x^2} = x^3$

3. 乘法公式

完全平方公式

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

重點：不要忘記中間的 $2ab$!

例題： $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

平方差公式

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

例題： $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

應用：因式分解

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

4. 合併同類項

同類項的判斷：所有變數及其次數都相同

例子	是否同類項？
$3x^2$ 和 $5x^2$	同類項
$2xy$ 和 $5xy$	同類項
$3x^2$ 和 $3x$	次數不同
$2xy$ 和 $2x^2$	變數不同

合併步驟：判斷 → 合併係數 → 降冪排列

例題： $3x^2 + 5x - 2x^2 + 3 - x = x^2 + 4x + 3$

5. 函數的圖形

描點法

1. 選擇 x 值

2. 計算對應的 y 值
3. 在座標平面上描點
4. 連接各點

常見函數圖形

函數	圖形
$y = x + 1$	直線
$y = x^2$	拋物線
$y = \frac{1}{x}$	雙曲線

6. 直線方程式

標準形式

$$y = mx + b$$

- m : 斜率 (直線的傾斜程度)
- b : y 截距 (直線與 y 軸的交點)

斜率的計算

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

重點：任選直線上兩點計算斜率，結果必定相同

直線的性質

- 直線必通過點 $(0, b)$
- x 往右走 1 單位， y 往上走 m 單位
- 斜率相同的直線平行

比較係數法 步驟：

1. 將方程式化為 $y = mx + b$ 的形式
2. 對照係數，找出 m 和 b

例題： $2x + 3y = 6$

$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

所以 $m = -\frac{2}{3}$, $b = 2$

第二部分：Ch3 極限與連續

7. 極限的意義

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

表示「當 x 趨近 a 時， $f(x)$ 趨近什麼值」

重點： $x \rightarrow a$ 表示「 x 很靠近 a ，但 $x \neq a$ 」

8. 極限的計算

直接代入法 如果函數在該點有定義，直接代入計算

例題： $\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 1) = 3(2) + 1 = 7$

不定型 $\frac{0}{0}$ 的處理 遇到 $\frac{0}{0}$ 時，先因式分解再約分

例題：

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

直接代入得到 $\frac{0}{0}$ ，需要因式分解：

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

因為 $x \neq 2$ ，可以約分：

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$

9. 左極限與右極限

符號	意義
$\lim_{x \rightarrow a^-}$	左極限：從左邊趨近
$\lim_{x \rightarrow a^+}$	右極限：從右邊趨近

極限存在的條件

$$\text{極限存在} \iff \text{左極限} = \text{右極限}$$

例題：階梯函數

- 在 $x = 1$ ：左極限 = 30000，右極限 = 32000
 - 左極限 \neq 右極限，所以極限不存在
-

10. 連續的定義

$$f(x) \text{ 在 } x = a \text{ 連續} \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

白話文：極限值 = 函數值

連續性判斷

情況	連續？
極限 = 函數值	連續
極限 \neq 函數值	不連續
極限不存在	不連續
函數值不存在	不連續

11. 連續函數類型

函數類型	連續性
多項式函數	處處連續
階梯函數	跳躍點不連續
$y = \frac{1}{x}$	$x \neq 0$ 連續, $x = 0$ 不連續

$y = \frac{1}{x}$ 的分析

- 在 $x = 2$: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = f(2) \rightarrow$ 連續
- 在 $x = 0$: $f(0)$ 不存在, 極限也不存在 \rightarrow 不連續
- 垂直漸近線: $x = 0$
- 水平漸近線: $y = 0$

重要公式速查表

乘法公式

公式名稱	公式
完全平方 (加)	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
完全平方 (減)	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
平方差	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

指數律

規則	公式
同底相乘	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$
指數的指數	$(x^a)^b = x^{ab}$

直線方程式

公式	說明
$y = mx + b$	標準形式
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	斜率公式

連續的定義

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

考試提醒

1. 一半的分數從作業出題，請複習作業一到作業四
 2. 計算時要寫出完整步驟
 3. 分數相除時記得約分到最簡
 4. 極限題目注意是否為 $\frac{0}{0}$ 型
 5. 連續性判斷要寫出極限值和函數值
-

祝考試順利！

龍華科技大學 114 學年度第 1 學期

課程：基礎數學